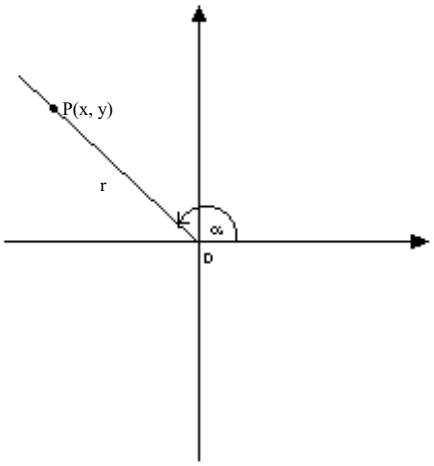
P- dowolny punkt wybrany na końcowym ramieniu kąta α



Przyjmując:
|OP|=r , definiujemy funkcje trygonometryczne dowolnego kąta w następujący sposób , a następnie określamy znak funkcji trygonometrycznych w poszczególnych ćwiartkach układu współrzędnych:

$\sin\alpha=\frac{y}{r}$	$\operatorname{tg}\alpha=\frac{y}{x}$
$\cos\alpha=\frac{x}{r}$	$\operatorname{ctg}\alpha=\frac{x}{y}$

$\sin\alpha=\frac{y^+}{r^+}>0$ $\cos\alpha=\frac{x^-}{r^+}<0$ $\operatorname{tg}\alpha=\frac{y^+}{x^-}<0$ $\operatorname{ctg}\alpha=\frac{x^-}{y^+}<0$	$\sin\alpha=\frac{y^+}{r^+}>0$ $\cos\alpha=\frac{x^+}{r^+}>0$ $\operatorname{tg}\alpha=\frac{y^+}{x^+}>0$ $\operatorname{ctg}\alpha=\frac{x^+}{y^+}>0$
$\sin\alpha=\frac{y^-}{r^+}<0$ $\cos\alpha=\frac{x^-}{r^+}<0$ $\operatorname{tg}\alpha=\frac{y^-}{x^-}>0$ $\operatorname{ctg}\alpha=\frac{x^-}{y^-}>0$	$\sin\alpha=\frac{y^-}{r^+}<0$ $\cos\alpha=\frac{x^+}{r^+}>0$ $\operatorname{tg}\alpha=\frac{y^-}{x^+}<0$ $\operatorname{ctg}\alpha=\frac{x^+}{y^-}<0$

REDUKCYJNE

$P_3(-y,x)$	$\sin(90°+\alpha)=\frac{x}{r}=\cos\alpha$ $\cos(90°+\alpha)=\frac{-y}{r}=-\sin\alpha$ $\operatorname{tg}(90°+\alpha)=\frac{x}{-y}=-\operatorname{ctg}\alpha$ $\operatorname{ctg}(90°+\alpha)=-\frac{y}{x}=-\operatorname{tg}\alpha$
$P_4(-x,y)$	$\sin(180°-\alpha)=\frac{y}{r}=\sin\alpha$ $\cos(180°-\alpha)=\frac{-x}{r}=-\cos\alpha$ $\operatorname{tg}(180°-\alpha)=\frac{y}{-x}=-\operatorname{tg}\alpha$ $\operatorname{ctg}(180°-\alpha)=\frac{-x}{y}=-\operatorname{ctg}\alpha$

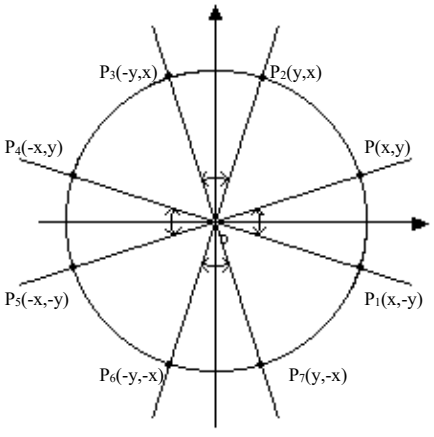
$P_2(y,x)$	$\sin(90°-\alpha)=\frac{x}{r}=\cos\alpha$ $\cos(90°-\alpha)=\frac{y}{r}=\sin\alpha$ $\operatorname{tg}(90°-\alpha)=\frac{x}{y}=\operatorname{ctg}\alpha$ $\operatorname{ctg}(90°-\alpha)=\frac{y}{x}=\operatorname{tg}\alpha$
$P(x,y)$	$\sin\alpha=\frac{y}{r}$ $\cos\alpha=\frac{x}{r}$ $\operatorname{tg}\alpha=\frac{y}{x}$ $\operatorname{ctg}\alpha=\frac{x}{y}$

$P_5(-x,-y)$	$\sin(180°+\alpha)=\frac{-y}{r}=-\sin\alpha$ $\cos(180°+\alpha)=\frac{-x}{r}=-\cos\alpha$ $\operatorname{tg}(180°+\alpha)=\frac{-y}{-x}=\operatorname{tg}\alpha$ $\operatorname{ctg}(180°+\alpha)=\frac{-x}{-y}=\operatorname{ctg}\alpha$
$P_6(-y,-x)$	$\sin(270°-\alpha)=\frac{-x}{r}=-\cos\alpha$ $\cos(270°-\alpha)=\frac{-y}{r}=-\sin\alpha$ $\operatorname{tg}(270°-\alpha)=\frac{-x}{-y}=\operatorname{ctg}\alpha$ $\operatorname{ctg}(270°-\alpha)=\frac{-y}{-x}=\operatorname{tg}\alpha$

$P_1(x,-y)$	$\sin(360°-\alpha)=\frac{-y}{r}=-\sin\alpha$ $\cos(360°-\alpha)=\frac{x}{r}=\cos\alpha$ $\operatorname{tg}(360°-\alpha)=-\frac{y}{x}=-\operatorname{tg}\alpha$ $\operatorname{ctg}(360°-\alpha)=\frac{x}{-y}=-\operatorname{ctg}\alpha$
$P_7(y,-x)$	$\sin(270°+\alpha)=\frac{-x}{r}=-\cos\alpha$ $\cos(270°+\alpha)=\frac{y}{r}=\sin\alpha$ $\operatorname{tg}(270°+\alpha)=\frac{-x}{y}=-\operatorname{ctg}\alpha$ $\operatorname{ctg}(270°+\alpha)=\frac{y}{-x}=-\operatorname{tg}\alpha$

Jak zapamiętać wzory redukcyjne?

Jeżeli po lewej stronie wzoru redukcyjnego występuje kąt 180° lub 360°, to nazwa funkcji po prawej stronie nie zmienia się. Jeżeli po prawej stronie wzoru występuje kąt 90° lub 270°, to nazwa funkcji po prawej stronie zmienia się na kofunkcję. Znak po prawej stronie wzoru ustalamy według tego, jaki znak ma funkcja po lewej stronie w danej ćwiartce.
Np. $\sin(270°+\alpha)=-\cos\alpha$ (nazwa funkcji zmienia się na kofunkcję, ponieważ po lewej stronie wzoru występuje kąt 270°, Znak „-" jest dlatego, że sinus kąta, którego ramię końcowe znajduje się w III ćwiartce jest ujemny).



Uwaga I

Wprowadzone wzory redukcyjne na kąt $180°-\alpha$, $180°+\alpha$ i $360°-\alpha$ w zasadzie wystarczają do tego, aby każdy kąt dodatni, mniejszy od 360° zredukować do kąta leżącego w I ćwiartce, ponieważ:
dowolny kąt II ćwiartki można przedstawić w postaci $180°-\alpha$
dowolny kąt III ćwiartki można przedstawić w postaci $180°+\alpha$
dowolny kąt IV ćwiartki można przedstawić w postaci $360°-\alpha$

Uwaga II

Funkcje trygonometryczne określone są dla dowolnie dużych kątów, jednak w tablicach nie podaje się ich wartości dla kątów wykraczających poza zakres 0°-90°. Z uwagi na to, wprowadzając wzory redukcyjne, braliśmy kąt α z przedziału $(0^o,90^o)$. Kąt α jednak może być dowolnie duży i całe rozumowanie pozostaje prawdziwe.